

7. foglalkozás

Legkönnyebb és legnehezebb – *Rendezési algoritmusok*

Tartalom

A számítógépeket gyakran használják arra, hogy listákat valamiféle rendbe rakjanak, például neveket ábécé szerint, találkozók vagy e-maileket dátum szerint vagy egyéb elemeket szám szerint. A listák rendezése abban segít, hogy gyorsan megtaláljunk dolgokat, és a szélsőértékeket könnyű észrevenni. Ha egy dolgozat eredményeit sorrendbe tesszük, a legmagasabb és legalacsonyabb érték nyilvánvaló lesz.

Ha rossz módszert választunk, hosszú időbe is beletelhet, míg sorba rendezünk egy hosszú listát, még gyors számítógépen is. Szerencsére sok gyors módszert ismerünk a rendezésre. Ezen a foglalkozáson a gyerekek megismerkedhetnek több rendezési módszerrel és megfigyelhetik, hogyan tud egy intelligens módszer sokkal gyorsabban elvégezni egy feladatot, mint egy közönséges eljárás.

Előismeretek

- ✓ Matematika: 2. vagy magasabb szint. Gyakorlati súlymérési feladatok.

Képességek

- ✓ Mérleg használata
- ✓ Sorba rendezés
- ✓ Összehasonlítás

Korcsoport

- ✓ 8 év vagy több

Eszközök

Minden gyerekcsoportnak szüksége lesz:

- ✓ 8 darab ugyanolyan méretű, de különböző súlyú edényre (pl. homokkal telt tejes dobozok vagy filmtekeres-dobozok)
- ✓ Mérlegek
- ✓ Feladatlap: Súlyok rendezése (Hiba: A hivatkozás forrása nem található. oldal)
- ✓ Feladatlap: Oszd meg és uralkodj (Hiba: A hivatkozás forrása nem található. oldal)

Legkönnyebb és legnehezebb

Megbeszélés

A számítógépek gyakran rendeznek sorba dolgokból álló listákat. Ötleteljünk és keressük meg az összes helyet, ahol a sorba rendezés fontos. Mi történne, ha ezek a dolgok nem sorrendben lennének?

A számítógépek rendszerint két értéket hasonlítanak össze egyszerre. A következő oldalon szereplő foglalkozás ezzel az előfeltevéssel él, hogy a gyerekek fogalmat alkothassanak arról, hogy milyen is ez.

Tevékenység

1. Osszuk a gyerekeket csoportokba.
2. Minden csoportnak szüksége lesz egy példányra a Hiba: A hivatkozás forrása nem található. oldalon levő feladatlapból, valamint külön súlyokra és mérlegekre.
3. Végezzék el a gyerekek a feladatot, majd beszéljük meg az eredményt.

Feladatlap: Súlyok rendezése

Cél: Megtalálni a legjobb módszert ismeretlen súlyok sorba rendezéséhez.

Mire van szükség: Homok vagy víz, 8 egyforma edény és egy mérleg súlyokkal.

Mit kell csinálni:

1. Töltsetek minden edénybe más és más mennyiségű homokot vagy vizet. Gondosan zárjátok le.
2. Keverjétek össze őket, hogy ne lehessen tudni a súlyok sorrendjét.
3. Keressétek meg a legkönnyebbet. Mi a legegyszerűbb módja ennek?

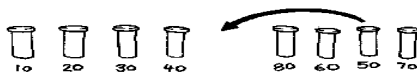
Megjegyzés: Most nem szabad használni a mérleget az egyes edények súlyának megállapításához. Egyszerre csak két súly hasonlítható össze.

4. Válasszatok ki 3 súlyt véletlenszerűen és rakjátok őket sorrendbe a legkönnyebbtől a legnehezebbig úgy, hogy ehhez csak a mérleget használhatjátok. Hogy csináltátok? Legalább hány összehasonlítást kellett végeznetek ehhez? Miért?
5. Most rakjátok sorba az összes tárgyat a legkönnyebbtől a legnehezebbig.

Amikor úgy érzitek, hogy kész vagytok, ellenőrizzétek a rendezést úgy, hogy párosával újra leméritek a tárgyakat.

Kiválasztásos rendezés (Selection sort)

Az egyik módszert, amit a számítógép használ, *kiválasztásos rendezésnek* hívják. Ez a következőképpen működik. Először válasszatok ki az összes közül a legkönnyebbet és rakjátok át a másik oldalra. Majd a maradékból válasszatok ki a következő legkönnyebbet, és tegyétek azt is a másik oldalra. Ezt addig kell ismételni, amíg minden súly átkerül a másik oldalra.



Számoljátok meg, hány összehasonlítást végeztetek.

Extra a profiknak: Mutassátok meg, hogyan tudjátok kiszámolni matematikailag, hogy hány összehasonlítást kell végezni, hogy 8 tárgyat sorba rendezzünk. És ha 9 tárgy van? Vagy 20?

Feladatlap: Oszd meg és uralkodj

Gyorsrendezés (Quick sort)

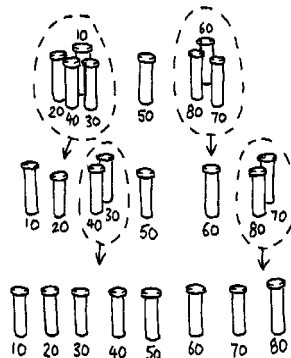
A gyorsrendezés sokkal gyorsabb, mint a kiválasztásos rendezés, különösen nagyobb listáknál. Tulajdonképpen ez az egyik legjobb ismert módszer. A gyorsrendezés a következőképpen működik.

Válasszatok ki tetszőlegesen egy tárgyat és tegyétek a mérleg egyik serpenyőjébe.

Most hasonlítsátok össze az összes maradék tárgyat vele. Tegyétek a könnyebbeket tőle jobbra, a kiválasztott tárgy maradjon középen, a nehezebbeket pedig tőle jobbra. (Előfordulhat, hogy az egyik oldalra sokkal több tárgy kerül, mint a másikra.)

Válasszátok ki az egyik csoportot, és végezzétek el rajta ugyanezt az eljárást. Majd a másik csoporton is. Ne felejtsetek el, hogy az ismert súlynak középen kell maradnia.

Ezt az eljárást addig kell végezni, amíg egyik csoportban sem lesz egynél több tárgy. Amikor már az összes csoportot felosztották egyedüli tárgyakra, a tárgyak sorrendben lesznek, a legkönnyebbtől a legnehezebbig.



Hány összehasonlítás igényel ez az eljárás?

Bizonyára azt fogjátok észrevenni, hogy a gyorsrendezés hatékonyabb módszer, mint a kiválasztásos rendezés, hacsak nem a legkönnyebb vagy legnehezebb tárgyat választottátok ki elsőre. Ha olyan szerencsétek volt, hogy a középső súlyt szemeltétek ki, mindössze 14 összehasonlítást kellett tennetek a kiválasztásos rendezés 28-ával szemben. Valójában a gyorsrendezés soha nem lesz rosszabb, mint a kiválasztásos rendezés, viszont sokkal jobb lehet!

Extra a profiknak: Ha a gyorsrendezéskor véletlenül mindig a legkönnyebb tárgyat választanánk ki, hány összehasonlításra lenne szükség?

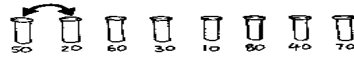
Variációk és kiegészítések

Számos különböző rendezési módszert találtak fel. A súlyaitokat ezekkel is rendezhetitek:

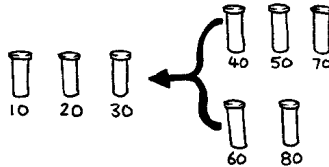
A *beillesztéses rendezés* (*insertion sort*) úgy működik, hogy minden egyes tárgyat kiemelünk egy rendezetlen csoportból és a megfelelő pozícióba helyezzük egy folyamatosan növekvő sorban (lásd alábbi ábra). Minden egyes beillesztéssel csökken a rendezetlen csoport és nő a rendezett sor, egészen addig, míg a csoportból minden tárgy a rendezett sorba nem kerül. A kártyajátékosok gyakran folyamodnak ehhez a módszerhez, amikor a kártyáikat elrendezik a kezükben.



A *buborékrendezés* (*Bubble sort*) során újra és újra végigmegyünk a listán és kicserélünk minden tárgyat, amelyek nem a jó sorrendben vannak. A lista akkor rendezett, amikor már nincs csere, amikor végigmegyünk a listán. Ez a módszer nem túl hatékony, de néhányan könnyebben megértik, mint a többit.



Az *összefésülő rendezés* (*Mergesort*) egy másik módszer, ami az „oszd meg és uralkodj” elvét használja egy sorozat elemeinek rendezéséhez. Azzal kezdjük, hogy a listát két egyforma (vagy majdnem egyforma, ha páratlan számú elem van) listára osztjuk fel. Mind a két féllistát rendezzük, majd összefésüljük őket. Két rendezett lista összefésülése egyszerű feladat: a két sorból mindig kivesszük a legkisebbet és betesszük egy másik sorba. Az alábbi ábrán a 40 és a 60 grammos súlyok vannak a lista elején, tehát a 40 grammos az az elem, amit ki fogunk venni belőle. Hogy hogyan rendezzük a kisebb listákat? Egyszerű: összefésülő rendezéssel! Bizonyára minden lista a végén már csak egyedüli elemekből fog állni, tehát nem kell aggódnia amiatt, hogy mikor kell leállni.



Mire jó ez az egész?

Az információt sokkal könnyebb megtalálni rendezett listában. A telefonkönyvek, szótárak és a könyvek névmutatói ábécé-rendet alkalmaznak, és az élet jóval nehezebb lenne, ha nem tennék. Ha egy számsor (például a kiadások listájában) sorba van rendezve, könnyű átlátni, mert a szélsőséges esetek a lista elején és végén szerepelnek. A duplikátumokat is könnyű észrevenni, mert ezek együtt maradnak.

A számítógépek idejük jelentős részét azzal töltik, hogy a dolgokat sorba rendezzék, ezért az informatikusoknak gyors és hatékony módokat kell találni ehhez. Néhány lassabb módszer, mint amilyen a beillesztéses és a buborékrendezés is hasznos lehet bizonyos speciális esetekben, de általában a gyorsakat használják, mint amilyen a gyorsrendezés is.

A gyorsrendezés egy rekurzió nevű koncepciót használ fel. Ez azt jelenti, hogy egy listát egyre kisebb és kisebb részekre bontunk és minden részen ugyanazt a rendezést hajtjuk végre. Ezt a különleges megközelítést *oszd meg és uralkodj* elvnek nevezik. A listát újra és újra felosztjuk, amíg elég kicsi nem lesz ahhoz, hogy uraljuk. A gyorsrendezésnél a felosztást addig végezzük, amíg végül csak egy elemet tartalmaznak. Egy elemet pedig triviális sorba rendezni! Bár nagyon bonyolultnak tűnhet, a gyakorlatban drámaian gyorsabb lehet, mint a többi módszer.

Megoldások és tippek

4. A legjobb módszer a legkönnyebb súly megtalálásához az, hogy sorban végigmegyünk minden tárgyon, és megjegyezzük, hogy addig melyik volt a legkönnyebb. Vagyis hasonlítsunk össze két tárgyat és tartsuk meg a könnyebbet. Majd hasonlítsuk össze egy következővel, és mindig könnyebbet tartsuk meg az összehasonlításhoz. Ezt addig végezzük, amíg végig nem mentünk az összes tárgyon.
5. Hasonlítsuk össze a súlyokat a mérlegen. Ezt könnyűszerrel meg lehet tenni három összehasonlítással, olykor kettő is elég, - ha a gyerekek észreveszik, hogy az összehasonlító operátor tranzitív (vagyis ha A könnyebb, mint B és B könnyebb, mint C, akkor A is könnyebb, mint C).

Profiknak:

Itt egy kis emlékeztető a kiválasztásos rendezés összehasonlításainak számának összegzéséhez.

Két tárgy minimumának megtalálásához egy összehasonlítás kell, háromhoz kettő, négyhez három és így tovább. Nyolc tárgy összehasonlításához a beillesztéses rendezéssel 7 összehasonlítást kell végezni, hogy megtaláljuk az elsőt, hat, hogy megtaláljuk a következőt, öt, hogy a rá következőt és így tovább. Így:

$$7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28 \text{ összehasonlítás.}$$

n tárgy $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n - 1$ összehasonlítást igényel a rendezéshez.

E számokat úgy könnyű összeadni, ha csoportosítjuk őket.

Például az $1 + 2 + 3 + \dots + 20$ összeadásához csoportosítsuk így őket:

$$(1 + 20) + (2 + 19) + (3 + 18) + (4 + 17) + (5 + 16) +$$

$$(6 + 15) + (7 + 14) + (8 + 13) + (9 + 12) + (10 + 11)$$

$$= 21 \times 10$$

$$= 210$$

Az összeg általánosítva: $1 + 2 + 3 + 4 \dots + n - 1 = n(n - 1)/2$.