9. Foglalkozás

Sáros város - *Minimális feszítőfa*

Összefoglaló

Társadalmunkat hálózatok szövik át: telefonhálózatok, közüzemi és ellátási hálózatok, számítógépes hálózatok, valamint úthálózatok. Minden egyes hálózat esetében el kell döntenünk, hogy hova helyezzük az utakat, a kábeleket, vagy hogyan alakítsuk ki a rádiókapcsolatot. A lehető leghatékonyabb módon kell a hálózat elemeit összekapcsolnunk.

Előismeretek

- ✓ Matematika: Mértan – Síkbeli térképek vizsgálata: A legrövidebb út megtalálása a térképen.

Korcsoport

- ✓ 9 éves kortól

Ismeretek

- ✓ Feladatmegoldás

Kellékek

Minden tanulónak szüksége lesz a következőkre:

- ✓ Munkalap: A sáros város problémája (89.oldal)
- ✓ Zsetonok vagy karton négyzetek (kb. 40 darab tanulónként)

A sáros város

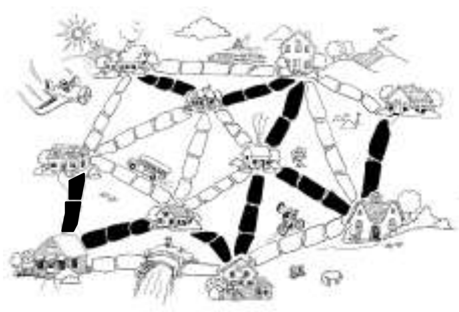
Összefoglaló

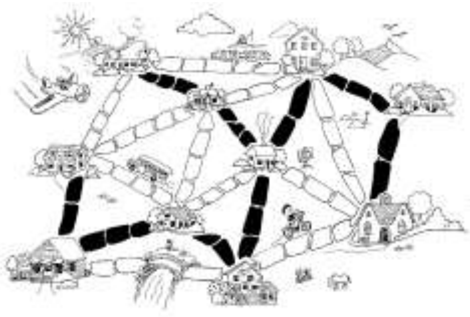
Ez a foglalkozás arról szól, hogy a számítógép segítségével hogyan találhatjuk meg a legjobb megoldást olyan valós életbeli problémákra, mint házak összekötése távvezetékkel. A tanulók használják a 89. oldalon található munkalapot, ami elmagyarázza a ‘Sáros város’ problémáját.

Megbeszélés

Ismertesd a tanulók megoldásait. Milyen stratégiát használtak?

A legjobb megoldás megtalálásának egyik módja az, hogy üres térképpel indítunk, majd fokozatosan helyezünk el új zsetonokat addig, amíg az összes házat össze nem kötöttük. Az egyes útvonalakat növekvő sorrendben választjuk ki, a már összekötött házakat pedig kihagyjuk. Különböző megoldásokat kaphatunk az azonos hosszúságú utak sorrendjén változtatva. Íme két lehetséges megoldás:





Egy másik stratégia, hogy először minden utat lekövezünk, majd eltávolítjuk azokat az útvonalakat, amikre nincs szükség. Ez viszont több erőfeszítést igényel.

Hol található még hálózat a valós életben?

A tudósok ezeket a hálózatokat “gráfokkal” ábrázolják. A gráfok segítségével olyan problémákra találhatjuk meg a legjobb megoldást, mint a városokat összekötő úthálózat megtervezése, vagy repülőjáratok útvonalainak kialakítása az országban.

Sok más algoritmus is létezik, ami gráfokra alkalmazható, mint például megtalálni a legrövidebb utat két pont között, vagy megkeresni a legrövidebb útvonalat, ami minden pontot érint.

Munkalapos foglalkozás: A sáros város problémája

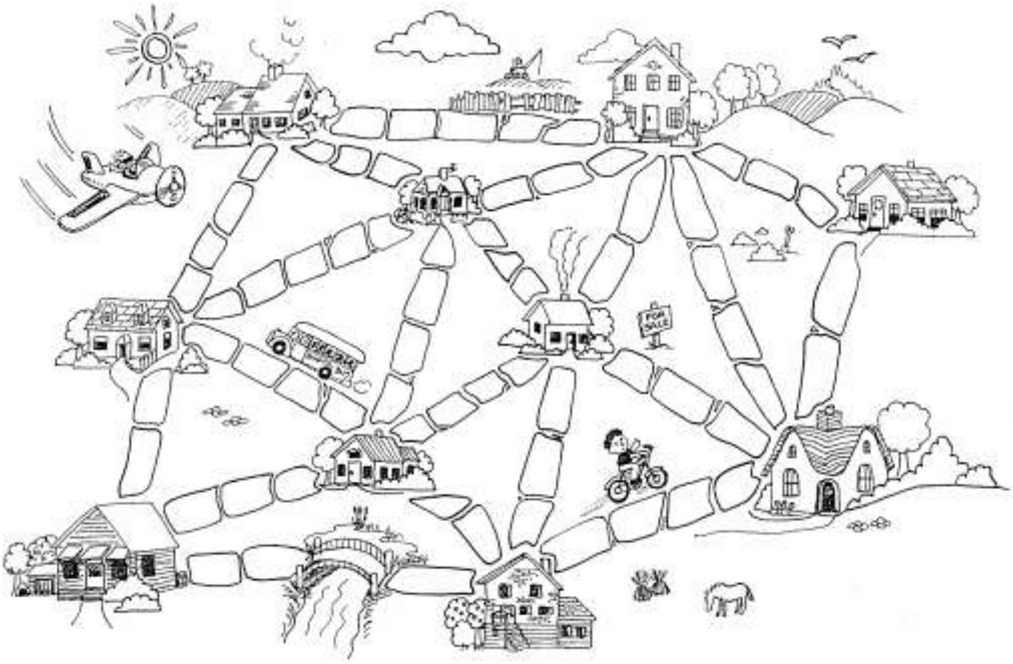
Egyszer volt, hol nem volt, volt egy út nélküli város. A városban a közlekedés nehézkes volt, különösen esőzések után, mert a talaj nagyon sáros lett - az autók elakadtak a sárban, és az emberek csizmája bepiszkolódott. A város polgármestere eldöntötte, hogy bizonyos utakat ki kell kövezni, de nem szeretett volna több pénzt költeni, mind amennyi feltétlenül szükséges, mert a város egy úszómedencét is szeretett volna építtetni. A polgármester ezért két feltételt szabott:

1. Elég utcát kell kikövezni ahhoz, hogy minden ember eljuthasson otthonról bárki más házába a kövezett utakat használva.

2. Az utak kövezése kerüljön a lehető legkevesebbe.

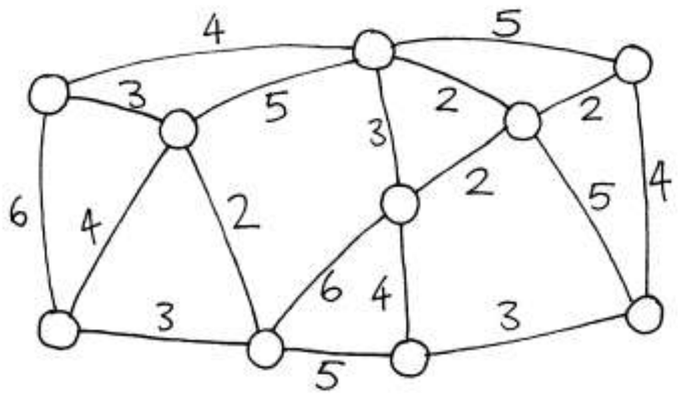
Itt található a város alaprajza. A házak közötti kövek száma az út kövezésének költségét mutatja. Találd meg a legjobb útvonalat, ami az összes házat összeköti, de a lehető legkevesebb zsetont (követ) használja.

Milyen stratégiát használnál, hogy megoldd a feladatot?



Variációk és bővítési lehetőségek

Itt egy másik mód a városok és utak ábrázolására



A házakat körök, a sáros utakat vonalak jelölik. Az út hosszát a vonal melletti számok mutatják.

Az informatikusok és matematikusok sokszor használnak ilyen diagramokat, hogy a problémákat ábrázolják. Gráfnak nevezik. Az utak hosszait nem kell méretarányosra rajzolni.

Találj ki saját sáros város feladatot és próbáld ki a barátaiddal!

Fel tudsz állítani valamilyen szabályt, hogy hány útra vagy kapcsolatra van szükség a legjobb megoldáshoz? Függ attól, hogy hány ház van a városban?

Miről szól ez az egész?

Tegyük fel, hogy meg kell terveznéd, hogy hogyan vezessék be az áramot, a gázt vagy a vizet egy új településre. Drótok vagy csövek hálózata szükséges ahhoz, hogy az összes házat beköössük a közüzemi vállalathoz. Minden házat be kell kötni a hálózatba, a szolgáltatás bevezetésének útvonala nem fontos, csak az útvonal megléte.

A minimális összhosszal rendelkező hálózat tervezésének feladatát *minimális feszítőfa* problémának nevezünk.

A minimális feszítőfák nem csak a gáz- és áramellátás hálózatainak megtervezésére alkalmasak; segítenek a számítógépes hálózatok, telefonhálózatok, olaj- és csővezetékek valamint repülőjáratok problémáinak megoldásában is. Amikor viszont olyan utakat tervezünk, ahol emberek fognak közlekedni, akkor azt is figyelembe kell vennünk, hogy mennyire lesz kényelmes az utazás, és hogy mennyibe fog kerülni. Senki sem szeretne órákat tölteni egy repülőgépen, egy hosszú kerülőúton, egy másik országon át utazni, csak mert az olcsóbb. A sáros város algoritmusa tehát lehet, hogy nem túl hasznos ezeknél a hálózatoknál, mert egyszerűen csak az utak vagy repülőjáratok összeadott hosszát minimalizálja.

A minimális feszítőfák szintén hasznos lépésnek bizonyulnak olyan gráf feladatok megoldásában, mint az “utazó ügynök problémája”, ami a legrövidebb utat igyekszik megtalálni a hálózat összes pontjának bejárásához

Léteznek hatékony algoritmusok (módszerek) a minimális feszítőfa probléma megoldására. Egy egyszerű, optimális megoldást nyújtó módszer, ha kapcsolat nélkül indulunk, majd növekvő méret szerinti sorrendben hozunk létre új kapcsolatokat úgy, hogy a hálózat egy korábban nem elérhető részéhez kapcsolódjunk. Ezt Kruskal-algoritmusnak nevezzük, amit J.B. Kruskal 1956-ban publikált.

Sok gráf problémára, beleértve az “utazó ügynök problémáját” a tudósok még keresik azokat a módszereket, amelyek elég gyorsan megtalálják a legjobb megoldást.

Megoldások és tippek

Variációk és bővítési lehetőségek (89. oldal)

Hány útra vagy kapcsolatra van szükség, ha n ház van a városban? Úgy tűnik, hogy az optimális megoldás mindig n-1 kapcsolatot tartalmaz, mert ennyi mindig elegendő n ház összekapcsolására, és minden további út hozzáadása felesleges, alternatív útvonal lenne a házak között.