Aktivnost 5

Dvajsetkrat lahko ugibaš – Bisekcija, teorija informacij

Kakšno zvezo ima ugibanje oseb (ali števil) z računalniki? Na tej igri temelji pomembna veda, teorija informacij. Teorija je prezapletena za nas, igrati pa se menda smemo, ne?

Namen

Otroci spoznajo bisekcijo, se prvič srečajo z drevesi in odkrijejo, da se dvojiški številski sistem iznenada pojavlja na nepričakovanih mestih. Slednji vodi v osnovne koncepte iz teorije informacij.

Navezave

Aktivnost se navezuje na nekaj različnih tem. Otroci spoznajo bisekcijo. To bodo potrebovali pri naslednji aktivnosti (potapljanje ladjic), pa tudi sicer je koristno, če jo človek pozna. Prvič naletimo na drevesa, ki jih bomo videvali še v več različnih kontekstih. Aktivnost se naveže na dvojiški zapis. Končno, z načinom, na katerega pogleda na dvojiški zapis, vodi v osnovne koncepte iz teorije informacij.

Čas izvajanja

1 ura

Potrebščine

Za ves razred:

- pole s številkami, ki si jih uporabljal pri prvi aktivnosti; potrebuješ samo številke 4, 2 in 1.

Za vsakega učenca:

- list z napol dokončanim drevesom

Ugani število

1. Otrokom povej, da si si izmislil število med 1 in 1024 in jih izzovi, naj ga uganejo.

2. Igro po potrebi večkrat ponovi, da bodo učenci obvladali bisekcijo. Na koncu naj razumejo, da morajo zastavljati vprašanja vrste "Ali je število večje od", pri čemer vedno razpolavljajo razliko med trenutnima mejama.

3. Če so učenci dovolj stari, da bodo razumeli, jim razloži naslednje. Pri 1024 je prvo smiselno vprašanje, "Ali je število večje od 512", naslednje pa, ali je večje od 256 oz. ali je večje od 768. Vprašanje "Ali je manjše od 512" je slabše, saj ne deli točno na pol: manjših števil je 511, večjih pa 513.

   Če učenci niso dovolj stari, se le dogovori z njimi, da bodo zastavljali le vprašanja "Ali je število večje od" in razpolavljali.

4. Poskusi igro še enkrat, pri čemer je dovoljen le ta tip vprašanj.

5. Dogovori se še, da se zadnje vprašanje ("Je to številka ta in ta"?) ne šteje za vprašanje, saj takrat pravzaprav že poznamo odgovor – možna je le še ta številka.

Igra po skupinah

1. Razdeli učence v trojke. Če se delitev ne izide, imaš lahko tudi en ali dva para.

2. Vsaka trojka naj šestkrat ponovi igro ugibanja števila, vendar z različnimi obsegi števil in sicer
   - 1 – 32
   - 1 - 64
   - 1 – 128
   - 1 – 1024

   Števila z višjim obsegom daj učencem z boljšim znanjem matematike. Po presoji lahko uporabiš tudi obseg 1 – 256 in 1 – 512. Če ne zaupaš, da bodo učenci v resnici uporabljali predpisani način bisekcije, je boljše, da se z istim obsegom igra več skupin. Če imaš starejše učence, ki bodo točno sledili navodilom, pa je bolj zanimivo poskusiti več možnih obsegov. Igro lahko organiziraš tudi tako, da ista skupina preskusi več različnih obsegov.

3. V vsaki igri si en učenec izmisli število, drugi ga ugiba, tretji pa zapisuje, koliko ugibanj je bilo potrebnih (zadnje vprašanje se ne upošteva, kot smo pojasnili zgoraj). Učenci naj se izmenjajo tako, da bo vsak ugibal dvakrat.

4. Zberi rezultate. Na tablo zapiši rezultate skupin(e) za obseg od 1 do 32. Izkazalo se bo, da so zanj potrebovali pet ugibanj.

5. Vprašaj učence, ki so imeli ta obseg (1-32), koliko vprašanj so po njihovem mnenju potrebovali tisti z dvakrat večjim obsegom. Lahko jih poskušaš zavesti: če za ugibanje 32 različnih števil potrebuješ 5 vprašanj, koliko vprašanj je potrebnih za 64 različnih števil?

6. Zapiši rezultate za obseg 1-64. Izkaže se, da zadošča 6 vprašanj. Skupaj ugotovite zakaj. (Odgovor: ker s prvim vprašanjem razpolovimo obseg. Po enem vprašanju ostane od prvotnih 64 možnih števil le še 32 možnih števil, potem pa smo na istem kot pri prvi skupini.)

7. Učence prvih dveh skupin vprašaj, koliko vprašanj so po njihovem mnenju potrebovali v tretji skupini. Zdaj poskusi zavajanja ne bi več smeli uspeti, temveč bi učenci morali uganiti, da sedem.

8. Zapiši še rezultate ostalih skupin. Izkaže se, da z desetimi vprašanji lahko uganemo števil od 1 do 1024.

Učence vprašaj, koliko različnih števil lahko pokažejo s prsti ene roke. (Odgovor: 32, kot smo se naučili prvo uro.) Pa s prsti obeh rok? (Odgovor: 1023, tudi iz prve ure.)

Kakšna je povezava? Zakaj je tako?!

1. Izberi "prostovoljca" (izberi učenca, ki se bo spomnil, kar se je naučil prvo uro in še ve, kako se s prsti pokaže število).

2. Naroči mu, naj si izmisli število med 0 in 31. Razloži, da bosta ugibala števila med 0 in 31, ne pa med 1 in 32, ker se to da pokazati s prsti. V obeh primerih pa gre za 32 različnih števil, torej bo moralo zadoščati pet vprašanj.

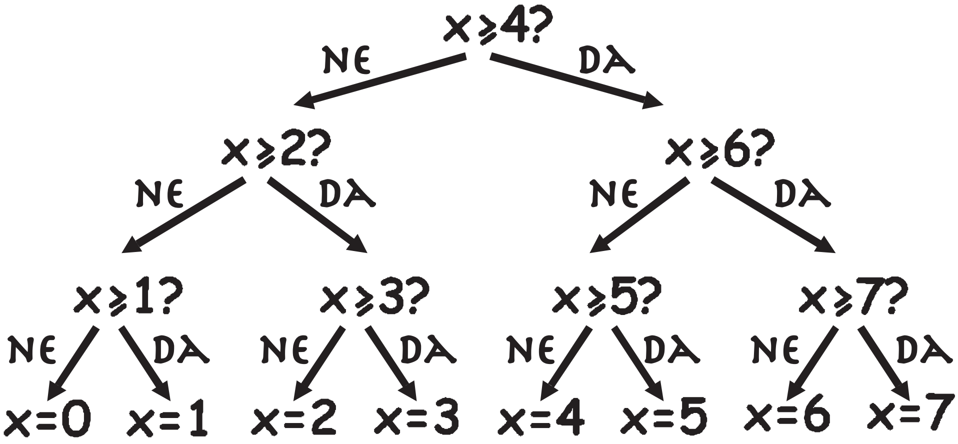
3. Naroči mu, naj razmisli, kako bi število pokazal s prsti (palec = 16, mezinec = 1), vendar naj ti ga ne pokaže.

4. Vprašaj ga, ali imaš pri tem število skrčen palec. Ko odgovori, iztegni ali skrči palec. Nato ga vprašaj, ali moraš imeti skrčen kazalec... Po petih vprašanjih, kolikor je pač prstov, boš kazal število.

5. Zdaj razloži učencem, da si s prvim vprašanjem, ali je potreben skrčen palec, v bistvu vprašal, ali je število manjše od 16 (če je palec skrčen, število ne more biti večje ali enako 16...). Ko si spraševal glede kazalca prsta, si v bistvu vprašal, ali je število manjše od 8 (oz. manjše od 24, če je palec iztegnjen). Očitno je spraševanje po tem, ali so prsti skrčeni ali iztegnjeni, natančno enako spraševanju, ali je število večje ali manjše od določenega števila. Za ugibanje števil v določenem obsegu je torej potrebnih toliko vprašanj, kolikor prstov je potrebnih za takšna števila.

Drevesa

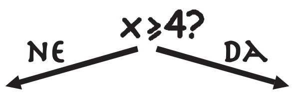
Pred učenci nariši spodnje drevo.



Riši ga po korakih, takole:

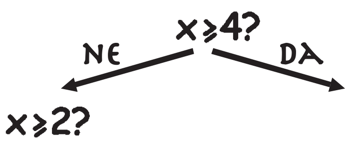
Učence vprašaj, kakšno bi bilo tvoje prvo vprašanje, če bi si eden od njih izmislil število med 0 in 7. Verjetno bodo imeli različne predloge. če jih spomniš na prste, bo gotovo kdo predlagal: "Ali je število manjše od 4?" Povej, da bi bilo to dobro, vendar boš tule rajši napisal obratno: "Ali je število večje ali enako 4?"

Povej, da še ne veš, kaj bi ti oni odgovorili: morda bi rekli NE, morda DA. Zato boš razmislil o obeh možnostih.

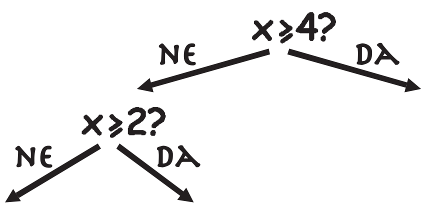


Če bi ti oni odgovorili *ne* (kar pomeni: *število je manjše od 4*), kaj bi bilo tvoje naslednje vprašanje?

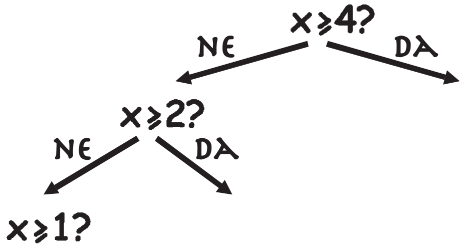
Verjetno bodo pravilno odgovorili, da boš nato vprašal, ali je število manjše od 2, kar je isto, kot ali je število večje ali enako 2.



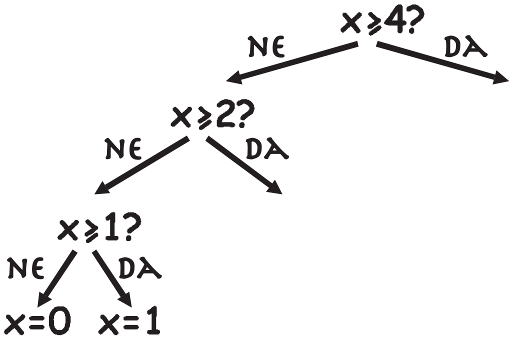
Spet je možno, da ti bodo odgovoril NE ali DA.



Če bi ti slučajno odgovorili, da je manjše od 2, kaj bi vprašal zatem? Vprašal bi, ali je manjše od 1.

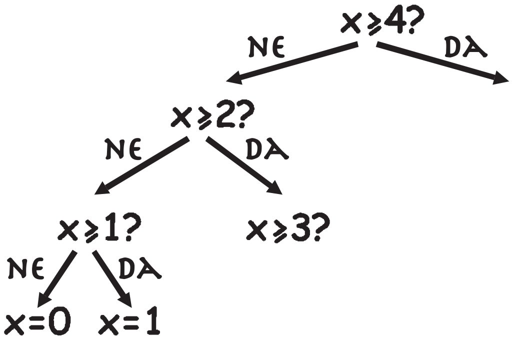


Ko izveš odgovor na to vprašanje, boš že vedel, za katero število gre.

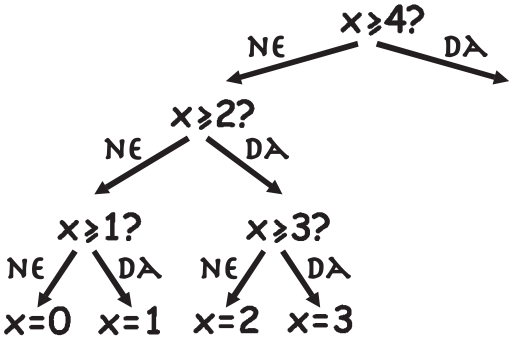


Zdaj pa se moramo vrniti malo nazaj: če bi na vprašanje, ali je število večje ali enako 2 odgovorili, da je, torej je število manjše od 4, vendar večje ali enako 2: kaj bi bilo tvoje naslednje vprašanje? (Pokaži na mesto, kamor boš zapisal naslednje vprašanje).

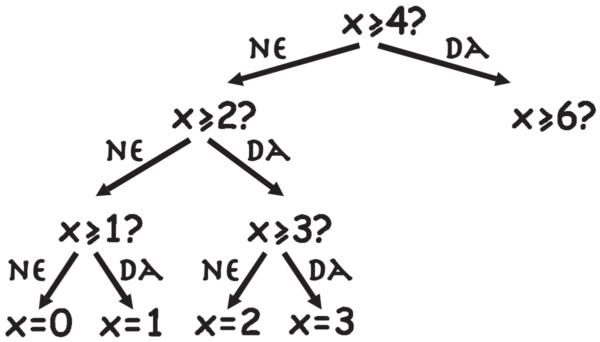
Izvedel boš, da bi potem najbrž vprašal, ali je število večje ali enako 3.



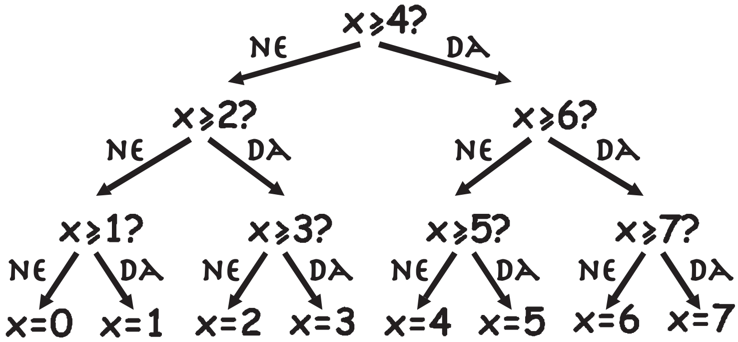
Ko bi dobil odgovor na to vprašanje, bi že vedel, da gre bodisi za 2 bodisi za 3.



Kaj pa, če bi učenci na samem začetku odgovorili, da je število večje ali enako 4? Kaj bi vprašal v tem primeru? (Pokaži na mesto, kamor boš napisal naslednje vprašanje, to je, na konec proste puščice.)



Učenci naj drevo dokončajo sami.



Pojasni učencem, da računalnikarji temu, kar smo narisali, pravijo "drevo", to pa zato, ker jih spominja na drevesa. Računalnikarji so čudaki, ki podnevi spijo in ponoči čujejo za računalniki. Ker so čudaki, tudi drevesa rišejo obrnjena na glavo. Vseeno začetku drevesa (tam, kjer piše $x \geq 4$) pravijo "koren", tistemu čisto spodaj pa listi. Čudni ljudje.

1. Otroke vprašaj, koliko prstov potrebujejo, da kažejo števila od 0 do 7. (Odgovor: tri.)

2. Koliko vprašanj je potrebnih, da uganemo število od 0 do 7? (Odgovor: toliko kot prstov.)

3. Pokaži, da se to vidi tudi iz drevesa: ne glede na to, katero število bi si zamislili, ga je vedno mogoče uganiti s tremi vprašanji.

4. Otroci naj naštejejo vprašanja, ki bi jih zastavljal in odgovore, ki bi jih dobival, če bi moral uganiti številko 5?

5. Vprašaj otroke, ali je potrebno, da jih sprašuješ, če vendar vnaprej vedo, kaj jih boš vprašal? Morda tega vprašanja ne bodo razumeli, a nič ne de, razumeli ga bodo ob spodnjem čudnem ugibanju: predlagaj ugibanje števila z vnaprej pripravljenimi vprašanji.
    a. Naroči enemu od njih, naj si izmisli število med 0 in 7. Pokaže naj ga še drugim (lahko ga, recimo, napiše na list papirja in ga pokaže tako, da ga ne boš videl).

b. Reci samo: "Prvo vprašanje". Če bodo vprašali, katero, reci, da je napisano (lahko ga tudi pokažeš, namreč koren drevesa).
c. Odgovorili bodo z DA ali NE. Nato reci "Drugo vprašanje". (Po potrebi ga spet pokaži.)
d. Ko odgovorijo, reci še tretje vprašanje. Ko povedo odgovor, povej število.

6. Ponovi igro. Spet naj si nekdo izmisli število. Namesto, da bi rekel "Prvo vprašanje" in tako naprej, jim reci le, naj ti povedo odgovore na tvoja tri vprašanja (ki jih tako ali tako vedo vnaprej). Pripravi jih do tega, da bodo rekli samo DA NE DA (ali karkoli je že njihovo število). Njihove odgovore napiši na tablo, zraven napiši število (npr. 5, v gornjem primeru).

7. Ponovi igro še enkrat: reci, naj si izmislijo število in povej odgovore. Spet zapiši odgovore (npr. DA DA NE) na tablo in zraven dopiši število (npr. 6).

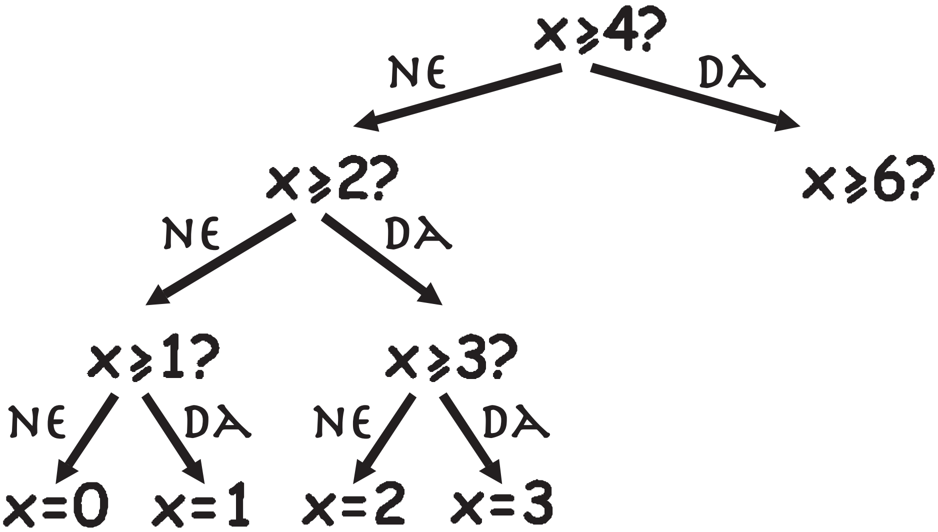
8. Za šalo predlagaj, da bi namesto DA pisali 1 in namesto NE 0. Namesto DA NE DA boš tako napisal 101 in število 5 ter 110 in število 6.

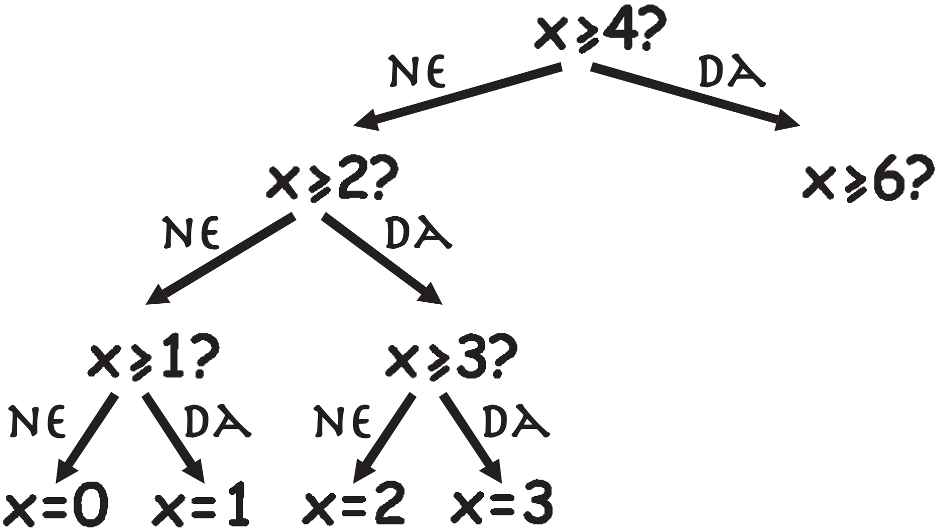
9. Vzemi pole s številkami, ki si jih uporabljal pri prvi aktivnosti (potrebuješ samo 4, 2 in 1). Eden od učencev naj si izmisli število in ti pove odgovore. Dvigni tiste pole, pri katerih je učenec rekel DA (če reče DA NE NE, dvigneš polo s številko 4).

10. Pripravi učence do tega, da bodo razumeli, da to ni nič drugega kot števila v dvojiškem zapisu.

Nakaži, kako bi bilo videti drevo za števila do 15 (desno zgoraj od trenutnega korena dodaj novi koren, $x \geq 8$, na črto med starim in novim korenom napiši NE, naredi črto od korena desno dol, nanjo napiši DA in skiciraj začetek desnega poddrevesa).

Koliko vprašanj je potrebnih zanje? Očitno eno več – en prst več, ena binarna števka več...


x≥4?
NE
DA
x≥2?
x≥6?
NE
DA
x≥1?
x≥3?
NE
DA
NE
DA
x=0
x=1
x=2
x=3


x≥4?
NE
DA
x≥2?
x≥6?
NE
DA
x≥1?
x≥3?
NE
DA
NE
DA
x=0
x=1
x=2
x=3