

فعالیت ۱

نقطه‌ها را بشمار - اعداد دودویی

خلاصه

داده‌ها در کامپیوترها به صورت مجموعه‌ای از صفرها و یک‌ها ذخیره و منتقل می‌شوند. در این فعالیت یاد می‌گیریم که چگونه کلمات و اعداد را تنها با استفاده از این دو نماد نشان دهیم.

پیوندها با برنامهٔ درسی

- ✓ ریاضیات: اعداد - تبدیل اعداد به مبنای دیگر. نشان دادن اعداد در مبنای دو.
- ✓ ریاضیات: جبر - دنبال کردن الگویی تناوبی و تعریف یک قاعده برای این الگو. الگوها و رابطه‌ها در توان دو

مهارت‌ها

- ✓ شمارش
- ✓ ساختن دنباله

گروه سنی

- ✓ شش سال به بالا

مواد لازم

هر دانش‌آموز برای انجام این فعالیت باید اقلام زیر را داشته باشد:

- ✓ مجموعه‌ای از پنج کارت دودویی (مانند صفحه ۷) برای نمایش دادن.
- می‌توانید صفحه ۷ (اعداد دودویی) را کپی کنید و کارت‌ها را ببرید.
- ✓ کاربرگ ۱: اعداد دودویی (صفحه ۶)

تعدادی فعالیت اضافی اختیاری هم وجود دارند که برای انجام آنها هر دانش‌آموز به موارد زیر احتیاج خواهد داشت:

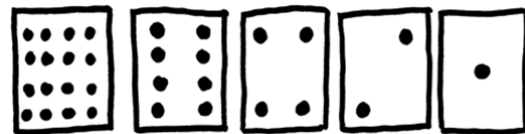
- ✓ کاربرگ ۲: کار با سیستم اعداد دودویی (صفحه ۸)
- ✓ کاربرگ ۳: فرستادن پیام‌های محرمانه (صفحه ۹)
- ✓ کاربرگ ۴: نامه الکترونیکی و مودم‌ها (صفحه ۱۰)
- ✓ کاربرگ ۵: شمارش اعداد بزرگ‌تر از ۳۱ (صفحه ۱۱)
- ✓ کاربرگ ۶: فعالیت‌های بیشتر دربارهٔ اعداد دودویی (صفحه ۱۲)

اعداد دودویی

مقدمه

پیش از دادن کاربرگ ۱ (صفحه ۶) به دانش آموزان، بهتر است اصول کار برای آنها تشریح شود.

برای این فعالیت، به یک مجموعه پنج تایی کارت نیاز دارید. همانطور که در شکل زیر می بینید، یک سمت این کارت‌ها نقطه دار و سمت دیگر خالی است. پنج دانش آموز را انتخاب کنید تا کارت‌ها را در مقابل کلاس نگه دارند. ترتیب کارت‌ها باید به صورت زیر باشد:



بحث و گفتگو

حین دادن کارت‌ها به دانش آموزان (از راست به چپ)، از آن‌ها بخواهید تعداد نقطه‌های کارت بعدی را حدس بزنند. متوجه چه نکته‌ای درباره تعداد نقطه‌های کارت‌ها شدید؟ (تعداد نقطه‌ها در هر کارت دو برابر کارت قبلی است.)

اگر بخواهیم از سمت چپ به اضافه کردن کارت ادامه دهیم، کارت بعدی چند نقطه خواهد داشت؟ (۳۲) و کارت بعدی...؟ (۶۴)

با برگرداندن بعضی کارت‌ها و جمع کردن تعداد نقطه‌های قابل مشاهده، می‌توانیم از این کارت‌ها برای ساختن اعداد استفاده کنیم. از دانش آموزان بخواهید ۶ نقطه را نشان دهند (کارت ۴ نقطه‌ای و کارت ۲ نقطه‌ای)، سپس ۱۵ نقطه (کارت‌های ۸، ۴، ۲، و ۱ نقطه‌ای)، و سپس ۲۱ نقطه (کارت‌های ۱۶، ۴، و ۱ نقطه‌ای)... تنها قاعده این است که بعضی از کارت‌ها باید نشان داده شوند و بعضی دیگر نباید نشان داده شوند.

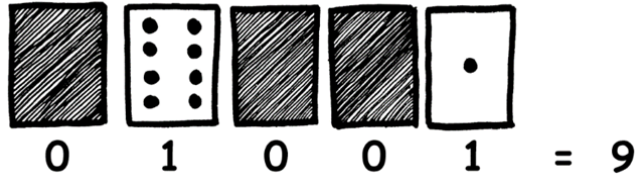
از دانش آموزان بپرسید که کمترین تعداد نقطه قابل نمایش بر روی کارت‌ها کدام عدد است؟ (پاسخ آن‌ها ممکن است ۱ باشد، اما پاسخ درست صفر است.)

حالا از دانش آموزان بخواهید که سعی کنند از صفر به بعد را بشمارند.

بقیه دانش آموزان کلاس باید دقت کنند که کارت‌ها چگونه تغییر می‌کنند، آیا می‌توانند الگویی برای چرخش کارت‌ها بیابند (تعداد چرخش هر کارت نصف سمت راستش است). می‌توانید این فعالیت را با گروه دیگری از دانش آموزان اجرا کنید.

وقتی کارتی به پشت بر می‌گردد، با صفر نشان داده می‌شود، و وقتی به رو بر می‌گردد، با یک مشخص می‌شود. این همان سیستم اعداد دودویی^۱ است.

^۱ Binary number system



از دانش آموزان بخواهید ۰۱۰۰۱ را بسازند. این عدد در سیستم دودویی چه عددی را در سیستم دهدهی نشان می دهد؟ (۹)

عدد ۱۷ در سیستم دودویی چگونه به نمایش در می آید؟ (۱۰۰۰۱)

تعدادی عدد دیگر نیز امتحان کنید تا دانش آموزان این مفهوم را کاملاً درک کنند.

در ادامه پنج فعالیت اضافی اختیاری برای درک بیشتر آمده است. دانش آموزان می توانند هر کدام را که مایل بودند انجام دهند.

کاربرگ ۱: اعداد دودویی

یاد بگیرید چگونه بشمارید

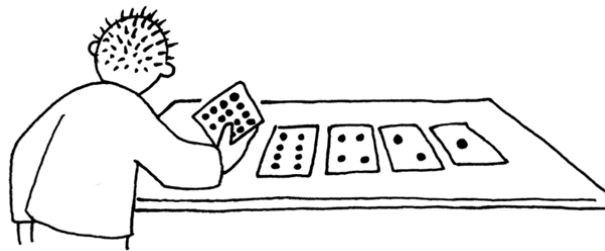
تا الان فکر می کردید بلدید بشمارید؟ خب، حالا یک راه جدید برای شمردن به شما نشان می دهیم!

آیا می دانید کامپیوترها فقط از صفر و یک استفاده می کنند؟ هر چیزی که در کامپیوتر می بینید یا می شنوید - کلمه ها، تصویرها، عددها، فیلم ها و حتی صداها- تنها با استفاده از این دو عدد ذخیره شده اند.

فعالیت های این بخش به شما یاد می دهند که با روش مورد استفاده در کامپیوترها، برای دوستانتان پیام های سری بفرستید.

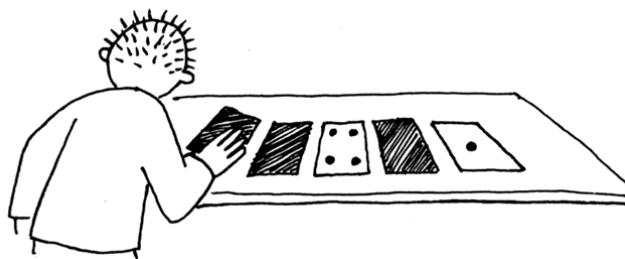
دستورالعمل

کارت های خود را به صورتی روی میز بچینید که کارت ۱۶ نقطه ای در سمت چپ قرار بگیرد، مانند تصویر زیر:



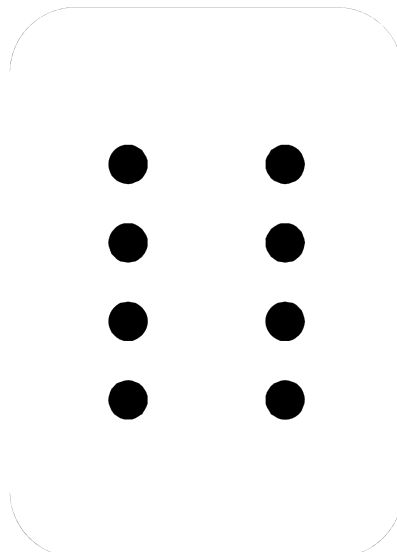
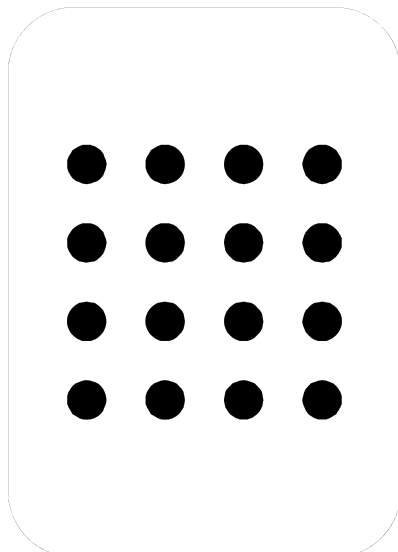
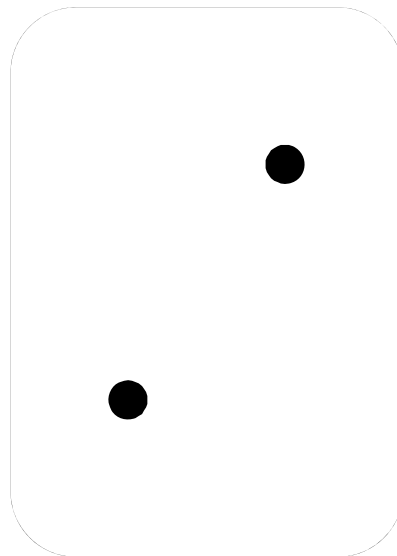
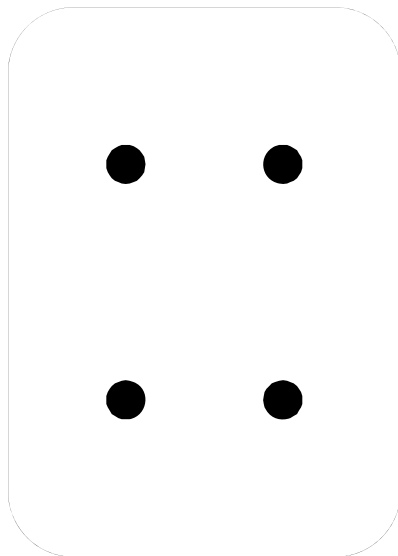
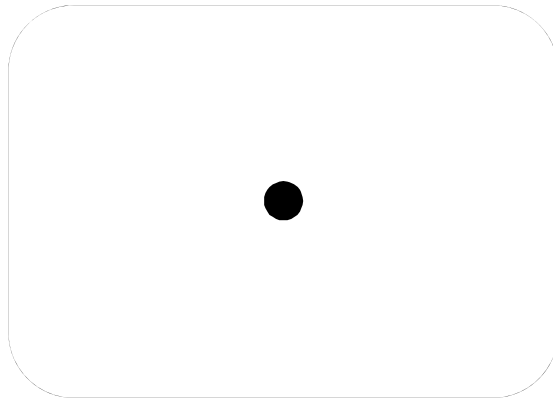
مطمئن شوید که کارت ها دقیقاً با همین ترتیب چیده شده باشند.

حالا کارت ها را طوری برگردانید که تنها ۵ نقطه نمایان باشد- توجه کنید که ترتیب کارت ها به هم نخورد!



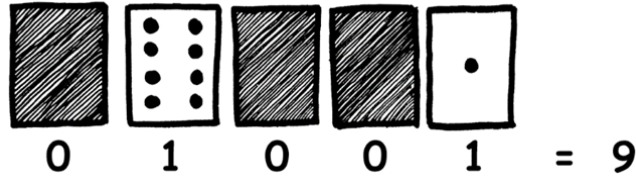
ببینید چگونه می شود عددهای ۳، ۱۲ و ۱۹ را بدست آورد. آیا برای بدست آوردن هر عدد بیشتر از یک راه وجود دارد؟ بزرگترین عددی که می توانید بسازید چه عددی است؟ کوچکترین عدد، چه عددی است؟ آیا بین کوچکترین عدد و بزرگترین عدد، عددی وجود دارد که نتوانید بسازید؟

تمرین بیشتر برای حرفه ای ها: سعی کنید عددهای ۱، ۲، ۳ و ۴ را به ترتیب بسازید. آیا می توانید روشی منطقی و قابل اطمینان برای برگرداندن کارت ها پیدا کنید به طوری که هر عدد یک واحد افزایش پیدا کند؟



کاربرگ ۲: کار کردن با سیستم اعداد دودویی

سیستم اعداد دودویی از صفر و یک استفاده می‌کند تا مشخص کند که یک کارت به پشت است یا به رو. ۰ یعنی کارت مخفی است و ۱ یعنی شما نقطه‌ها را می‌بینید. برای مثال:



می‌توانید بگویید ۱۰۱۰۱ چه عددی است؟ ۱۱۱۱۱ چطور؟

در چه روزی از ماه متولد شده‌اید؟ آن را به صورت دودویی بنویسید. روز تولد دوستانان را به صورت دودویی پیدا کنید.

عددهای کدگذاری شده زیر را پیدا کنید:

$$\begin{matrix} \boxtimes & \checkmark & \boxtimes & \boxtimes & \checkmark \\ (\checkmark=1, \boxtimes=0) \end{matrix} =$$

$$\begin{matrix} \thumbsup & \thumbsdown & \thumbsup & \thumbsdown \\ (\thumbsup=1, \thumbsdown=0) \end{matrix} =$$

$$\begin{matrix} \uparrow & \downarrow & \uparrow \\ (\uparrow=1, \downarrow=0) \end{matrix} =$$

$$\begin{matrix} + & + & \times & + \\ (+=1, \times=0) \end{matrix} =$$

$$\begin{matrix} \odot & \circ & \circ & \circ & \circ \\ (\odot=1, \circ=0) \end{matrix} =$$

$$\begin{matrix} \cup & \cup & \cup & \cup & \cup \\ (\cup=1, \cup=0) \end{matrix} =$$

$$\begin{matrix} \boxplus & \boxminus \\ (\boxplus=1, \boxminus=0) \end{matrix} =$$

$$\begin{matrix} \blacktriangle & \blacktriangledown & \blacktriangle & \blacktriangledown & \blacktriangledown \\ (\blacktriangle=1, \blacktriangledown=0) \end{matrix} =$$

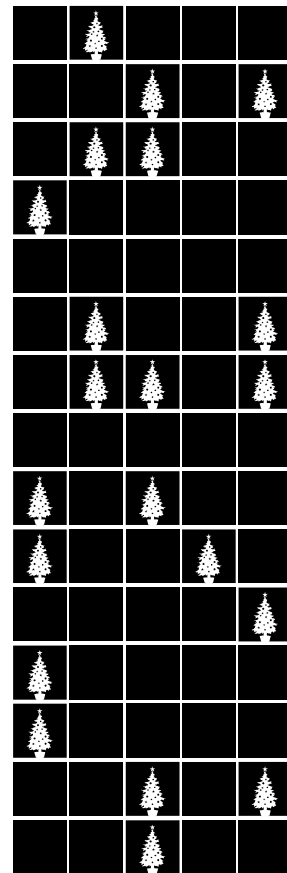
$$\begin{matrix} \text{smiley} & \text{frowny} \\ (\text{smiley}=1, \text{frowny}=0) \end{matrix} =$$

$$\begin{matrix} \spadesuit & \spadesuit & \spadesuit & \spadesuit & \spadesuit \\ (\spadesuit=1, \clubsuit=0) \end{matrix} =$$

تمرین بیشتر برای حرفه‌ای‌ها: نشان دهید چگونه می‌توان با استفاده از مجموعه‌ای از میله‌ها به طول ۱، ۲، ۴، ۸ و ۱۶ واحد، هر طولی را تا ۳۱ واحد ساخت. چگونه می‌توانید یک بزرگسال را غافلگیر کنید و به او نشان دهید که می‌توان تنها با استفاده از یک ترازو و تعداد کمی وزنه، چیزهای سنگینی مثل چمدان یا جعبه‌های بزرگ را وزن کرد!

کاربرگ ۳: فرستادن پیام‌های محرمانه

پویا در طبقه بالای یک فروشگاه بزرگ گیر افتاده است. چیزی به جشن سال نو نمانده و او دوست دارد با هدیه‌های عیدش به خانه برود. چه کار می‌تواند بکند؟ سعی می‌کند کسی را صدا کند، حتی فریاد می‌زند اما هیچ کس آن دور و اطراف نیست. در ساختمان آن طرف خیابان، یک نفر را می‌بیند که تا آن موقع شب مشغول کار با کامپیوترش است. چگونه می‌تواند توجه او را جلب کند؟ پویا اطرافش را نگاه می‌کند تا ببیند از چه چیزی می‌تواند استفاده کند. ناگهان یک ایده عالی به ذهنش می‌رسد- می‌تواند از چراغ‌های تزئینی درختان کریسمس برای فرستادن یک پیام به زبان انگلیسی برای آن شخص آن طرف خیابان استفاده کند! او همه چراغ‌ها را پیدا می‌کند و همه را به برق وصل می‌کند تا بتواند آن‌ها را روشن یا خاموش کند. او از یک کد دودویی ساده استفاده می‌کند که می‌داند آن شخص بدون شک آن را خواهد فهمید. آیا می‌توانید بگویید پیام او چه بوده است؟



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z

کاربرگ ۴: نامه الکترونیکی و مودم‌ها

کامپیوترهایی که به وسیله مودم به اینترنت وصل می‌شوند نیز از سیستم اعداد دودویی برای فرستادن پیام‌ها استفاده می‌کنند. تنها تفاوت این است که آن‌ها این کار را با استفاده از بوق انجام می‌دهند. بوق با صدای قوی نشانگر یک و بوق با صدای ضعیف نشانگر صفر است. این صداها بسیار سریع منتقل می‌شوند، به طوری که ما تنها یک صدای ممتد جیغ مانند و گوش خراش می‌شنویم. اگر تا به حال این صدا را نشنیده‌اید، وقتی مودم به اینترنت وصل می‌شود به آن گوش دهید، یا با یک دستگاه نمابر (فکس) تماس بگیرید- دستگاه فکس هم برای ارسال اطلاعات از مودم استفاده می‌کند.



با استفاده از کدی که پویا در فروشگاه استفاده کرد، سعی کنید برای دوستان یک پیام ایمیلی بفرستید. اما کار را برای خودتان و دوستان سخت نکنید، لازم نیست به سرعت یک مودم واقعی عمل کنید!



کاربرگ ۵: شمارش اعداد بزرگ‌تر از ۳۱

دوباره به کارت‌های دودویی نگاه کنید. اگر بخواهید کارت بعدی در این دنباله را بسازید، آن کارت چند نقطه خواهد داشت؟ کارت بعد از آن چگونه؟ چه قاعده‌ای برای درست کردن کارت‌های جدید دنبال می‌کنید؟ همانطور که می‌بینید، برای شمارش اعداد بسیار بزرگ، تنها تعداد کمی کارت کافی است.

اگر با دقت به دنباله زیر نگاه کنید رابطه بسیار جالبی بین اعداد خواهید یافت:

۱،۲،۴،۸،۱۶...

سه عدد اول را با هم جمع کنید: $(1+2+4=?)$ به چه عددی می‌رسید؟

با جمع کردن چهار عدد اول به چه عددی می‌رسید؟ $(1+2+4+8=?)$

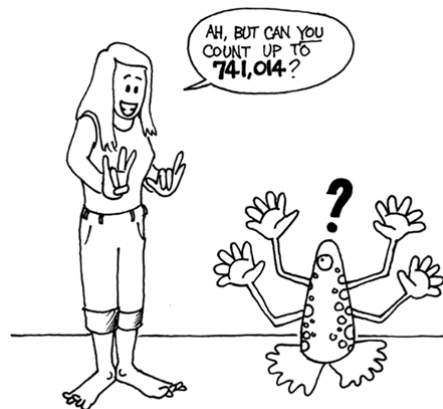
اگر همه عددها را از اول با هم جمع کنید چه اتفاقی می‌افتد؟

به این ترتیب می‌فهمیم که با انگشتان یک دست می‌توان عددهایی بسیار بیشتر از ده را شمرد! نه، لازم نیست مثل آدم فضایی‌ها بیشتر از ده انگشت داشته باشید. اگر از سیستم اعداد دودویی استفاده کنید و هر انگشت شما نماینده یکی از کارت‌های نقطه دار باشد، می‌توانید از ۰ تا ۳۱ را بشمارید. یعنی می‌توانید ۳۲ عدد را بشمارید (فراموش نکنید صفر هم یک عدد حساب می‌شود!)

سعی کنی با استفاده از انگشت هایتان به ترتیب شروع به شمردن کنید. اگر انگشتی بالا باشد نشان‌دهنده یک است و اگر پایین باشد نشان‌دهنده صفر.

در واقع اگر از انگشتان هر دو دست استفاده کنید می‌توانید از ۰ تا 1023 را بشمارید، یعنی 1024 تا عدد!

اگر انگشتان پاهایتان را هم بتوانید خم کنید (برای این کار دیگر حتما باید آدم فضایی باشید!) به اعداد بیشتری نیز خواهید رسید. اگر با یک دست بتوان ۳۲ عدد و با دو دست بتوان $32 \times 32 = 1024$ عدد شمرد، بیشترین عددی که خانم انگشت منعطفیان می‌تواند بشمارد چه عددی است؟



کاربرگ ۶: فعالیت‌های بیشتر دربارهٔ اعداد دودویی

۱- یکی دیگر از ویژگی‌های جالب اعداد دودویی، زمانی رخ می‌دهد که یک صفر در سمت راست عدد قرار می‌گیرد. زمانی که در مبنای ۱۰ کار کنیم (ده‌دهی)، اگر یک صفر را در سمت راست عدد قرار دهیم، عدد در ۱۰ ضرب می‌شود. برای مثال ۹ می‌شود ۹۰ و ۳۰ می‌شود ۳۰۰.

حالا اگر صفر را در سمت راست عدد دودویی قرار دهیم چه اتفاقی می‌افتد؟ امتحان کنید.

$$1001 \rightarrow 10010$$

$$(9) \quad (4)$$

برای آزمایش فرضیه‌تان چند مثال دیگر را نیز بررسی کنید. چه قاعده‌ای وجود دارد؟ به نظر شما چرا چنین اتفاقی می‌افتد؟

۲- هر کدام از کارت‌هایی که تا کنون استفاده کرده‌ایم نمایان‌گر یک «بیت» در کامپیوتر هستند (بیت مخفف **binary digit** است). بنابراین حروف الفبای انگلیسی را می‌توان تنها با استفاده از پنج کارت یا «بیت» نشان داد. با این حال کامپیوتر باید بداند که آیا حروف مورد نظر بزرگ هستند یا کوچک، همچنین ارقام، علائم نشانه‌گذاری و نمادهای ویژه چون \$ و ~ را تشخیص دهد.

به صفحه کلید کامپیوتر نگاه کنید و تعداد کاراکترهای آن را بشمارید. هر کامپیوتر برای ذخیره همه کاراکترها به چند بیت نیاز دارد؟

امروزه اکثر کامپیوترها از یک سیستم بازنمایی به نام ASCII (استاندارد آمریکایی کد برای تبادل اطلاعات^۲) استفاده می‌کنند که بر اساس به کارگیری این تعداد بیت برای هر کاراکتر عمل می‌کند. اما برخی کشورهای غیر انگلیسی زبان ناچارند از کدهای طولانی‌تری استفاده کنند.

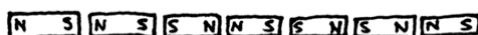


^۲ American Standard Code for Information interchange

کامپیوترها در حال حاضر برای نمایش اطلاعات از سیستم دودویی استفاده می‌کنند. این سیستم عددی به دلیل استفاده از تنها دو رقم، دودویی یا مبنای دو خوانده می‌شود (انسان‌ها معمولاً از مبنای ۱۰ استفاده می‌کنند). به هر صفر و یک، یک بیت (binary digit) می‌گویند. یک بیت معمولاً در حافظه اصلی کامپیوتر به وسیله یک ترانزیستور که روشن یا خاموش می‌شود، یا یک خازن که شارژ یا تخلیه می‌شود نمایش داده می‌شود.



هرگاه اطلاعات از طریق خط تلفن یا ارتباط رادیویی منتقل شود، از صدای ضعیف یا قوی بوق به جای صفر و یک استفاده می‌شود. در دیسک‌های مغناطیسی (هارد دیسک یا فلاپی دیسک) و نوارهای مغناطیسی، بیت‌ها به وسیله جهت میدان مغناطیسی بر روی یک سطح پوشش داده شده، به صورت جنوب-شمال یا شمال-جنوب نمایش داده می‌شوند.



سی‌دی‌های صوتی، سی‌دی رام‌ها (CD-ROMs) و دی‌وی‌دی‌ها، بیت‌ها را به صورت نوری ذخیره می‌کنند. هر بخش از سطح این لوح‌های فشرده از طریق بازتاب دادن یا بازتاب ندادن نور، بیت‌ها را نمایش می‌دهند.

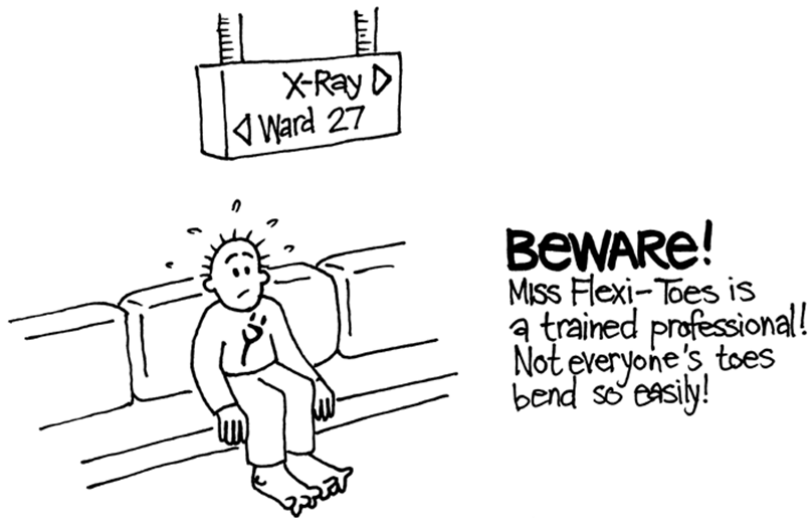


علت اینکه کامپیوترها تنها از دو مقدار مختلف استفاده می‌کنند این است که ساخت ابزارهایی که به این طریق کار کنند آسان‌تر است. ما می‌توانستیم سی‌دی‌هایی داشته باشیم که ۱۰ سطح بازتابی داشته باشند و همه ارقام ۰ تا ۹ را نمایش دهند، اما برای به کار بردن آن باید ابزارهای بسیار گران قیمت و دقیقی ساخته شوند. نکته دیگری که ممکن است متوجه آن شده باشید این است که وقتی می‌گوییم کامپیوترها فقط صفر و یک را ذخیره می‌کنند، به این معنا نیست که در درونشان صفر و یک دارند، بلکه این مفهوم بیان‌کننده دو وضعیت است مانند ولتاژهای بالا یا پایین، جهت مغناطیسی شمال/جنوب و غیره. اما نوشتن "۰" و "۱" بسیار سریع‌تر از نوشتن چیزهایی مثل "درخشان" و "غیر درخشان" است. در کامپیوترها همه چیز، از اسناد، تصاویر، آهنگ‌ها، فیلم‌ها و عددها گرفته تا برنامه‌ها و اپلیکیشن‌هایی که استفاده می‌کنیم، انبوهی از رقم‌های دودویی هستند.

یک بیت به تنهایی نمی‌تواند چیز زیادی نشان دهد، بنابراین بیت‌ها معمولاً در گروه‌های هشت‌تایی دسته‌بندی می‌شوند که می‌توانند اعداد ۰ تا ۲۵۵ را نمایش دهند. به هر گروه هشت‌تایی از بیت‌ها یک بایت گفته می‌شود.

سرعت یک کامپیوتر به تعداد بیت‌هایی که می‌تواند در یک زمان پردازش کند بستگی دارد. برای مثال، یک کامپیوتر ۳۲ بیتی می‌تواند در یک عملیات اعداد ۳۲ بیتی را پردازش کند. در حالی که یک کامپیوتر ۱۶ بیتی باید اعداد ۳۲ بیتی را به تکه‌های کوچکتر بشکند، که این یعنی کندتر شدن (و البته ارزان‌تر شدن!) کامپیوتر.

در تعدادی از فعالیت‌های بعدی خواهیم دید که چگونه در یک کامپیوتر انواع دیگر اطلاعات می‌توانند با استفاده از اعداد دودویی نمایش داده شوند.



اعداد دودویی (صفحه ۶)

برای عدد ۳ کارت‌های ۱ و ۲ لازم است.

برای عدد ۱۲ کارت‌های ۸ و ۴ لازم است.

برای عدد ۱۹ کارت‌های ۱، ۲ و ۱۶ لازم است.

برای ساخت هر عدد تنها یک راه وجود دارد.

بزرگترین عددی که می‌توانید بسازید ۳۱ است. کوچکترین عدد ۰ است. هر عددی ما بین این دو عدد را می‌توان ساخت و هر کدام یک نمایش منحصر به فرد دارد.

حرفه‌ای‌ها: برای افزایش هر عدد به مقدار یک واحد، همه کارت‌ها را از راست به چپ برگردانید تا جایی که روی یکی به بالا باشد.

کار با سیستم اعداد دودویی (صفحه ۸)

$$۱۰۱۰۱=۲۱, \quad ۱۱۱۱۱=۳۱$$

فرستادن پیام‌های محرمانه (صفحه ۹)

پیام رمزی: کمک، من گیر افتادم (HELP IM TRAPPED)

شمردن اعداد بزرگ‌تر از ۳۱ (صفحه ۱۱)

اگر همه اعداد را از ابتدا با هم جمع کنید، حاصل جمع آن‌ها همیشه یک واحد کمتر از عدد بعدی در دنباله خواهد شد.

خانم انگشت منعطیان می‌تواند $۱۰۲۴ \times ۱۰۲۴ = ۱,۰۴۸,۵۷۶$ عدد را بشمرد. از ۰ تا $۱,۰۴۸,۵۷۵$!

فعالیت‌های بیشتر درباره اعداد

دودویی (صفحه ۱۲)

وقتی یک صفر را در سمت راست یک عدد دودویی قرار می‌دهید، آن عدد دو برابر می‌شود.

همه مکان‌های شامل یک، حالا دو برابر مقدار قبلی‌شان ارزش دارند، و به همین ترتیب عدد نهایی دو برابر می‌شود. (در مبنای ۱۰، اضافه کردن یک صفر به سمت راست عدد، آن را در ۱۰ ضرب می‌کند).

کامپیوتر برای ذخیره همه کاراکترها به ۷ بیت احتیاج دارد. معمولاً ۷ بیت در یک بایت ۸ بیتی ذخیره می‌شود که یک بیتش به هدر رفته است.